

Scénario : 2020-2021 (distanciel)

LA RENCONTRE :

Karine et Olivier décident de se retrouver au café de l'Hôtel de Ville entre 7h et 8h.

Ils peuvent arriver à tout moment entre 7h et 8h.

Que peut-on dire du temps d'attente du premier arrivé ?

1^{ère} séance : (visio) Prise de connaissance du problème

(15 minutes en visio : 5 minutes de réflexion individuelle puis mise en commun avec questionnement ci-dessous)

Réponses élèves :

« Le temps d'attente du premier arrivé sera compris entre 0 et 1 ou entre 0 et 60 si on compte en minutes. »

« Plus tard le premier arrivé arrive, moins la probabilité est forte »

Question prof : Quelle est la probabilité que le premier arrivé attende moins de 40 minutes

Réponse élève : 2/3

Question prof : Quelle est la probabilité que le premier arrivé attende entre 20 et 40 minutes ?

Réponse élève : Il y a une amplitude de 20 minutes donc la probabilité serait de $\frac{20}{60} = \frac{1}{3}$

Question prof : Que pourrait on faire pour vérifier ces probabilités ?

Réponse élève : On pourrait faire une simulation de choix d'un nombre aléatoire soit entre 0 et 1 si on compte en heures soit entre 0 et 60 si on compte en minutes

2^{ème} séance : (visio) Simulation et modélisation (1h45 environ)

- 1) Retour sur le problème, les questionnements et premières réponses-conjectures émises à la séance précédente (5 minutes)

2) Simulation :

Question prof : Comment pourrait-on simuler ce problème ?

Réponse élève : Faire deux colonnes dans un tableau pour chaque personnage et utiliser la fonction ALEA.ENTRE.BORNES(1 ; 60) puis calculer le temps d'attente

Question prof : Pourquoi choisir en minutes ? et pas en secondes ?

- Le temps est une variable continue d'où le choix de travailler en heure et représenter chaque temps d'arrivée par un nombre entre 0 et 1
- Construction d'un tableau sur géogébra avec trois colonnes : une pour le temps d'arrivée de Karine, une pour le temps d'arrivée de Olivier et une avec le temps d'attente du premier arrivé et tirage aléatoire (avec la fonction = random()) de deux nombres pour 1 simulation : explication concrète des deux valeurs données par le tableur

Question prof : Comment calculer le temps d'attente du premier arrivé ?

Réponse élève : le temps d'arrivée de Olivier moins celui de Karine (Olivier étant arrivé le premier sur cette simulation)

- Le prof étire les colonnes pour obtenir 10 simulations

Question prof : et si c'est Karine qui arrive la première ?

Réponse élève : On peut prendre la valeur absolue

- Le prof entre la formule = abs (A2 – B2)

Question élève : C'est quoi déjà la valeur absolue ?

- Retour rapide sur la valeur absolue d'une différence comme distance entre deux nombres
- On étire jusqu'à obtenir 100 simulations de temps d'attente

Question prof : Et maintenant, que peut-on faire ?

.... Absence de réponse....

Suggestion prof : « Ranger » les valeurs par tranches de 15 minutes de manières à représenter le temps d'attente par un histogramme.

- Construction de l'histogramme par le prof (certains élèves semblent le faire aussi à distance sur leur ordi)

Question prof : Peut-on maintenant vérifier les différentes conjectures de la séance précédente ?

Réponse élève : Non, il n'y a pas assez de valeurs, et les amplitudes de 15 minutes ne vont pas

Question prof : Que faire alors ?

Réponse élève : Ranger par intervalles d'amplitude 10 minutes et faire au moins 1000 simulations

- Prof fait la simulation en montrant qu'on peut plus simplement générer le temps d'attente directement par = abs (random() – random()) puis étirer sur 10 colonnes et 100 lignes
- Discussion sur la conversion minutes / heures

Question prof : Comment répondre à la première conjecture : « Quelle est la probabilité que le premier arrivé attende moins de 40 minutes ? »

... Absence de réponse...

Question prof : Quelle est la grandeur sur l'axe des ordonnées ?

Réponse élève : La densité de fréquence

Question prof : Comment pourrait-on estimer la fréquence que l'on cherche ?

Réponse élève : densité de fréquence * amplitude de chaque rectangle

Question prof : La difficulté est qu'on a du mal à lire sur l'axe des ordonnées les densités de fréquences. Que pourrait-on faire ?

Réponse élève : On pourrait trouver une courbe de tendance

→ Rappel prof sur l'activité du point mobile

3) **Modélisation :**

Question prof : Quelle serait la nature de cette « courbe de tendance »

Réponse élève : Une droite affine

Question prof : Quelle est la forme de l'équation d'une droite ?

Réponse élève : $ax+b$

- Prof crée un curseur a et un curseur b et ajoute la droite d'équation $y = ax + b$
- 10 minutes de temps pour laisser les élèves identifier des valeurs possibles pour a et b
- AU bout de 10 minutes : sondage : « Qui pense avoir des informations concernant les valeurs de a et b ? »

7 élèves ont répondu « oui »

21 élèves ont répondu « non »

Réponses des 7 élèves ayant répondu « oui »

1 réponse : a est négatif et $b = 2$

1 réponse : $y = -2x + 2,075$

3 réponses : $y = -2x + 2$

2 réponses : $y = 2,1x + 2,2$

→ On vérifie les propositions avec d'autres histogrammes

Question prof : Comment choisir le « bon » modèle ?

Réponse élève : Pour $x = 0, y = 2$ et pour $x = 1, y = 0$

Question prof : Pourquoi avoir $y = 2$ pour $x = 1$?

... Absence de réponse....

Question prof : A quoi est -égale la somme des aires des rectangles de l'histogramme ?

... Absence de réponse....

Question prof : Que peut-on dire de la somme des fréquences ?

Réponse élève : Elle est égale à 1

Question prof : Que peut-on en déduire pour la fonction affine ?

... Absence de réponse

→ Prof rappelle les deux réponses

Réponse élève : L'aire du triangle doit être égale à 1

→ Prof vérifie avec géogébra que la seule proposition qui vérifie l'aire sous la courbe = 1 et pour $x=1$, $y=2$ est bien $y = -2x+2$: on valide le modèle

Question prof : Comment alors calculer la probabilité que le temps d'attente soit supérieure à 40 min ?

Réponse élève : On place $8/12^{\text{ième}}$ d'heure sur l'axe des x et on calcule l'aire du triangle

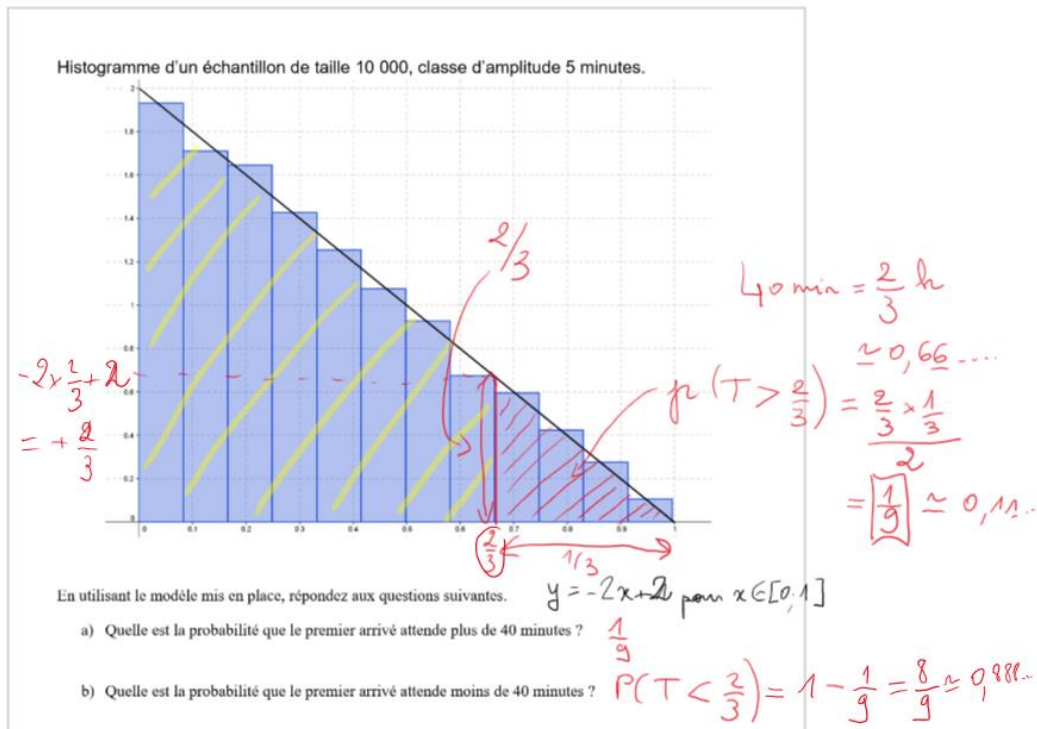
→ Prof demande à prendre le document distribué avec l'histogramme et les questions

→ 10 minutes de recherche individuelle

Réponses proposées par les élèves :

Question a) 0,2378 - 0,11 - $1/3$ - 0,1105

Sur le tableau virtuel, le prof représente la fonction affine et la droite d'équation $x = 2/3$



Question prof : Comment calcule-t-on les deux cotés nécessaires au calcul de l'aire du triangle cherché ?

Réponse élève : 1 coté est $\frac{1}{3}$ et l'autre on calcule l'image de $\frac{2}{3}$

- Prof calcule l'aire exacte du triangle et on obtient $\frac{1}{9} \approx 0,11$: on compare avec les valeurs proposées et aussi avec la conjecture de la séance précédente

Question prof : Comment alors répondre au b) ?

Réponse élève : On calcule $1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$

- On compare avec la conjecture de la séance précédente
Prof montre comment on peut utiliser géogébra pour vérifier les calculs d'aires des différents domaines polygonaux

Question prof : Réponse du d) ?

Réponse élève : 0 car l'amplitude est nulle

Question prof : Réponse du e) ?

Réponse élève : 0 car l'amplitude est nulle

Pour les questions f) et g), le prof fait les représentations et les calculs d'aires à l'aide de géogébra

BILAN :

Peu d'interactions et de participation du fait du distanciel... et des difficultés pour savoir si la majorité des élèves ont compris l'activité.

Difficulté à faire émerger que l'aire sous la courbe doit être égale à 1.

Les activités préparatoires (histogramme et point mobile) sont indispensables pour avoir une bonne compréhension de la problématique ici.