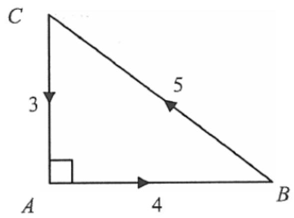
Le point mobile

Un point mobile M se déplace à vitesse constante sur le « pourtour » d'un triangle, toujours dans le même sens (indiqué par la flèche).



On suppose qu'il démarre au point C.
Une panne se produit subitement et aléatoirement et le point mobile s'arrête instantanément

Partie A : Conjectures

1. Quelle conjecture faites-vous sur la probabilité p_1 que le point mobile s'arrête sur l'hypoténuse ?
2. Quelle conjecture faites-vous sur la probabilité p_2 que le point mobile s'arrête au sommet de l'angle droit ?
   Etayez votre conjecture sur des arguments raisonnés.

Réponses proposées :

Question 1 :

S./T.

1) $P_1 = \frac{1}{3}$

car le triangle possède 3 cotés et 3 angles.

M./C./C. :

D'après le théorème de pythagore : $CB^2 = CA^2 + AB^2$
donc p1 sera supérieur donc il aura plus de chance de s'arrêter sur l'hypoténuse.

C./L./M./I. :

la probabilité p1 que le point mobile s'arrete sur l'hypothénuse est de $\frac{5}{12}$, 12 etant le périmètre du triangle et 5 la longueur de l'hypothénuse.

Compte rendu

Question 2 :

E./C./A. :

le point mobile p2 à une chance sur trois : 1/3 de s'arrêter sur un sommet car il y en a trois

T./A./F./L. :

La probabilité p2 que le point mobile s'arrête au sommet de l'angle droit est de $\frac{1}{12}$. / $\frac{1}{2}$
car le triangle possède 3 côtés et 3 angles.

C./M./C. :

2. la probabilité que le point mobile s'arrête au sommet de l'angle droit est de $\frac{1}{12}$

C./L./M./I. :

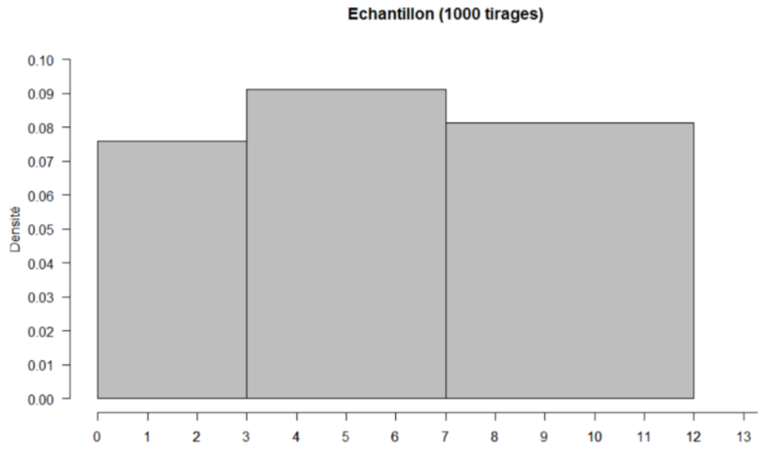
la probabilité p2 est infime, en effet le point mobile ne s'arrêtera qu'un très court instant sur l'angle droit car la longueur est très minime.

S./L. :

2- La probabilité p2 est égale à 0, car le point situé sur l'angle droit n'appartient à aucuns des trois segments.

Partie B : Simulations

On peut remarquer que cette situation se ramène à l'expérience aléatoire qui consiste à choisir au hasard un nombre réel dans l'intervalle [0 ; 12]. A l'aide d'un tableur, on a simulé le tirage de 1000 nombres réels dans l'intervalle [0 ; 12]. Voici l'histogramme de fréquences obtenues :

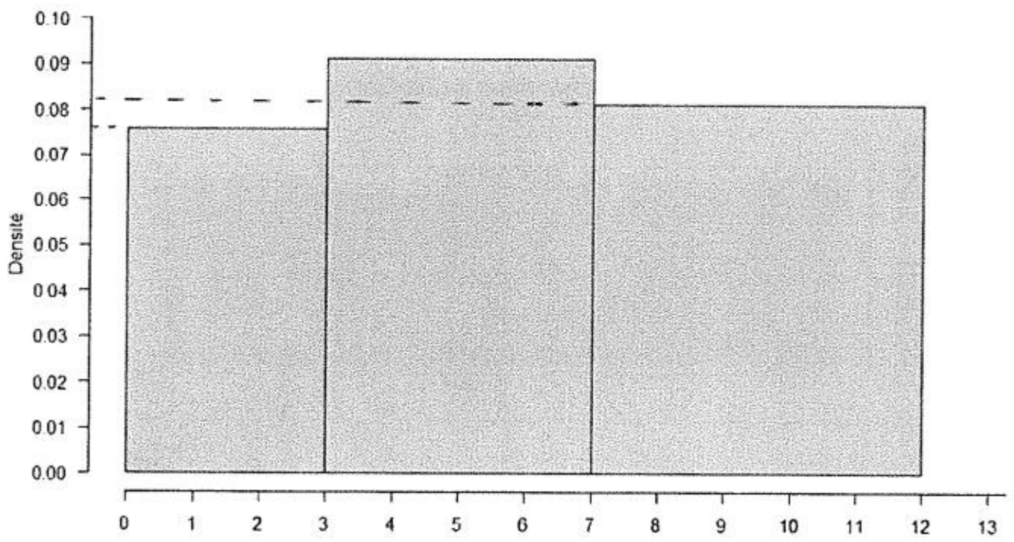


1. Pouvez-vous évaluer la probabilité que le point mobile s'arrête sur l'hypoténuse ? Vous détaillerez votre méthode et ferez figurer sur le dessin tout élément utile à la réponse.
2. Pouvez-vous évaluer la probabilité que le point mobile au sommet de l'angle droit ? Expliquer votre réponse.

<u>Réponses proposées :</u>

<u>Question 1 :</u>

<u>J./J. :</u>

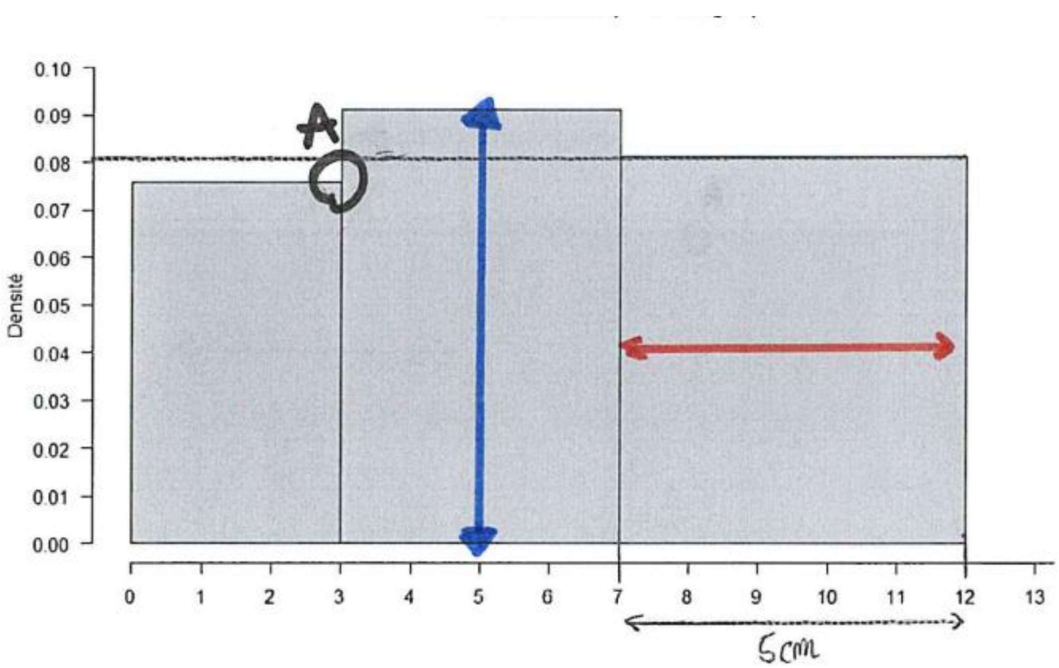


sur [7;12]

$d = 0{,}082$, or $d = \frac{f}{a} \Leftrightarrow f = d \times a = 0{,}082 \times (12-7) = 0{,}41$ $\qquad p_1 = \frac{5}{12} = 0{,}41$

Compte rendu

E./C./A. :



---

1) Voir schéma (⟷). Il faut calculer : frq = densité × amplitude
frq = 0,08 × 5 = 0,4 donc ≈ 1/3 au niveau des probabilité : C'est cohérent avec notre réponse de la Partie A) 1).

J./L./M. :

On réutilise fréquence = densité × amplitude, entre 7 et 12, on a 5 cm donc :

fréquence = 5 × 0,08 = 0,4

Compte rendu

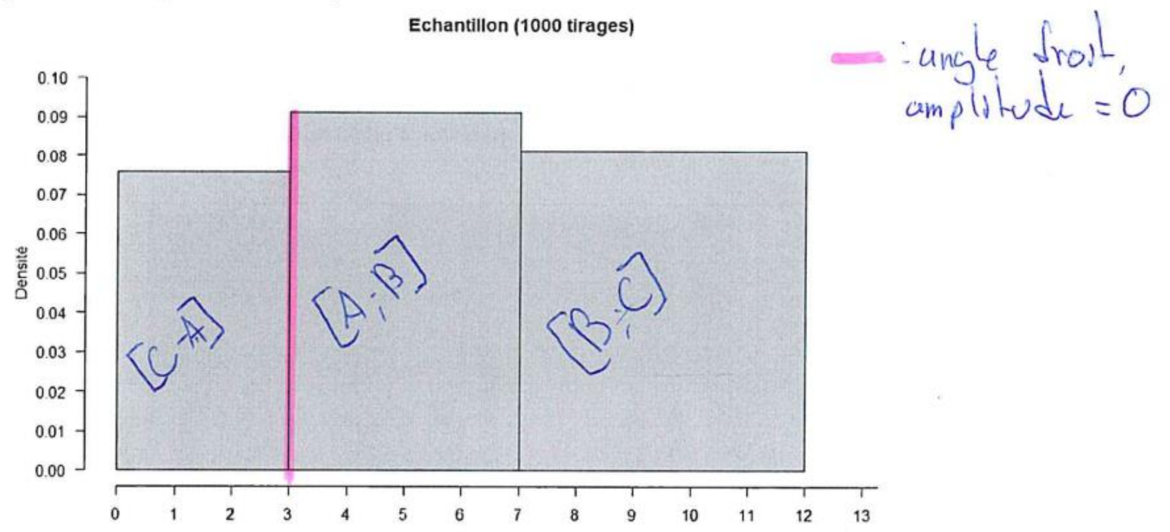
Question 2 :

J./L./M. :

Sachant que la fréquence se rapproche de la probabilité, et que fréquence = densité × amplitude, on a : fréquence = 3 × 0,075 = 0,225

Donc la probabilité p2 que le point mobile s'arrête au sommet de l'angle droit est 0,225.

S./T. :



J./J. :

1. probabilité de tomber sur le sommet de l'angle droit = probabilité de tomber sur le nombre 3

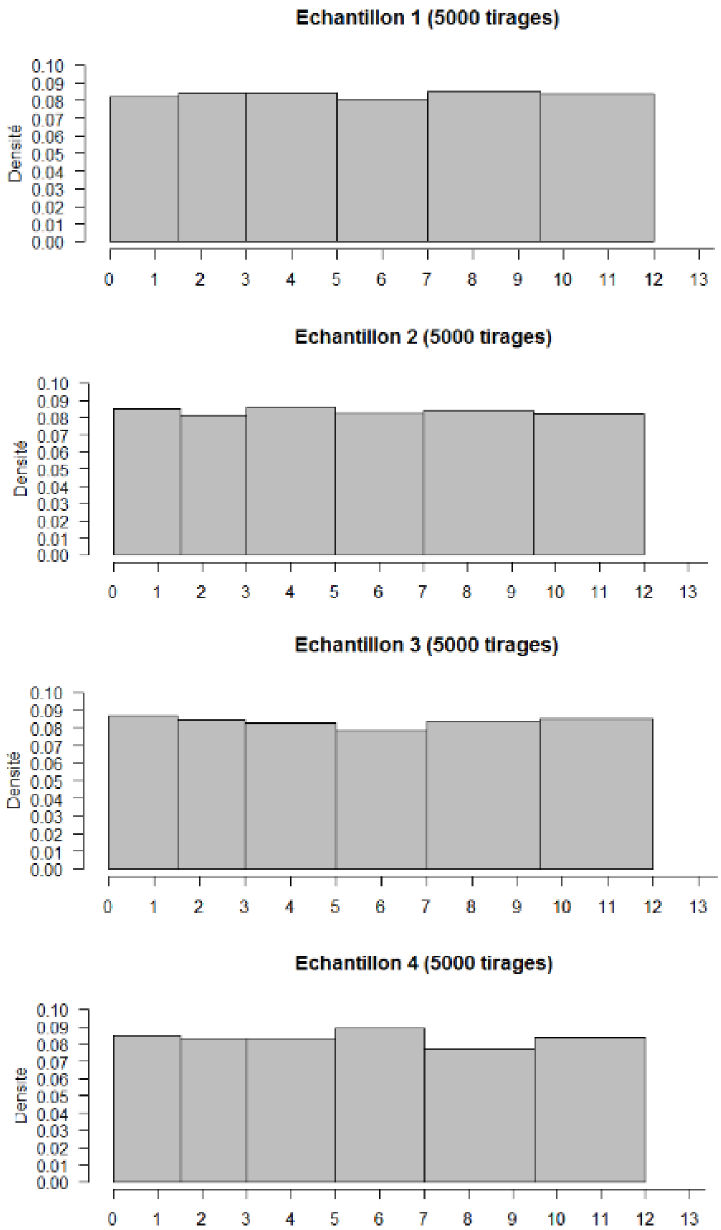
→ f = d × a = d × 0 = 0

↳ une seule valeur → pas d'amplitude

M. :

La probabilité que le point mobile s'arrête au sommet de l'angle droit est de 0

Compte rendu



1. Les histogrammes ci-dessus sont différents tout en ayant la même allure. Justifier pourquoi.

T./A./F./L. :

1. les histogrammes ont la même allure car ils possèdent tous la même amplitude.

Compte rendu

C./L./M./I. :

1) les sont differents tout en ayant la même allure car les 5000 tirages ont tous été réalisés entre les bornes [0 ; 12].

L./S. :

1- Comme la simulation est effectuée sur un grand nombre de valeurs (5000 tirages), les écarts sont de moins en moins marqués, c'est le principe des grands nombres en probabilité !

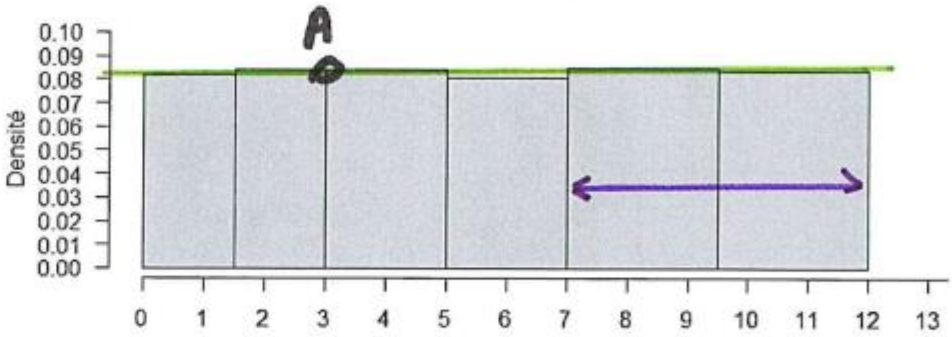
J./L./M. :

Les histogrammes sont tous différents tout en ayant la même allure, en effet, on a vu que la fréquence se rapproche de la probabilité, mais elle n'est pas exactement atteinte à chaque tirage.

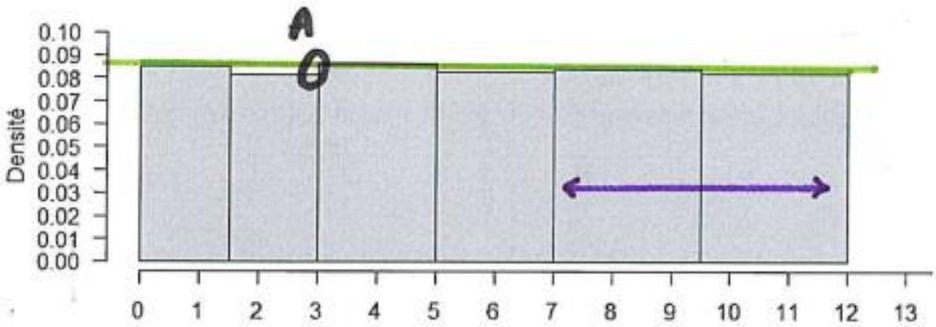
2. Malgré ces différences, il semble y avoir une « courbe de tendance », c'est-à-dire une courbe qui « lisse » les histogrammes (la même pour les quatre). Tracer au jugé cette courbe, en vert, sur chacun des histogrammes ci-dessus.

Compte rendu

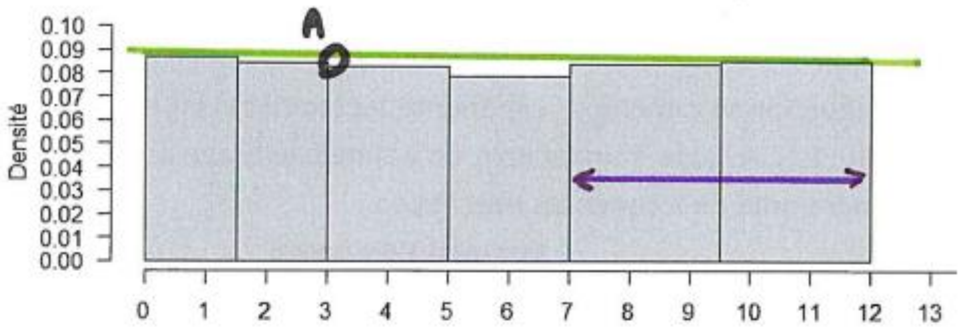
E./C./A. :



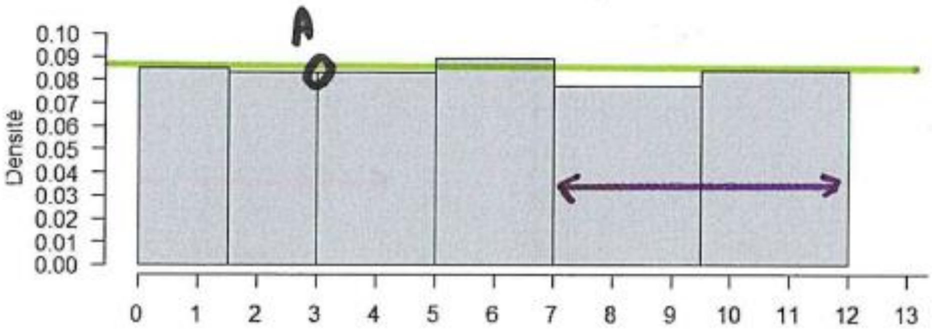
Echantillon 2 (5000 tirages)



Echantillon 3 (5000 tirages)

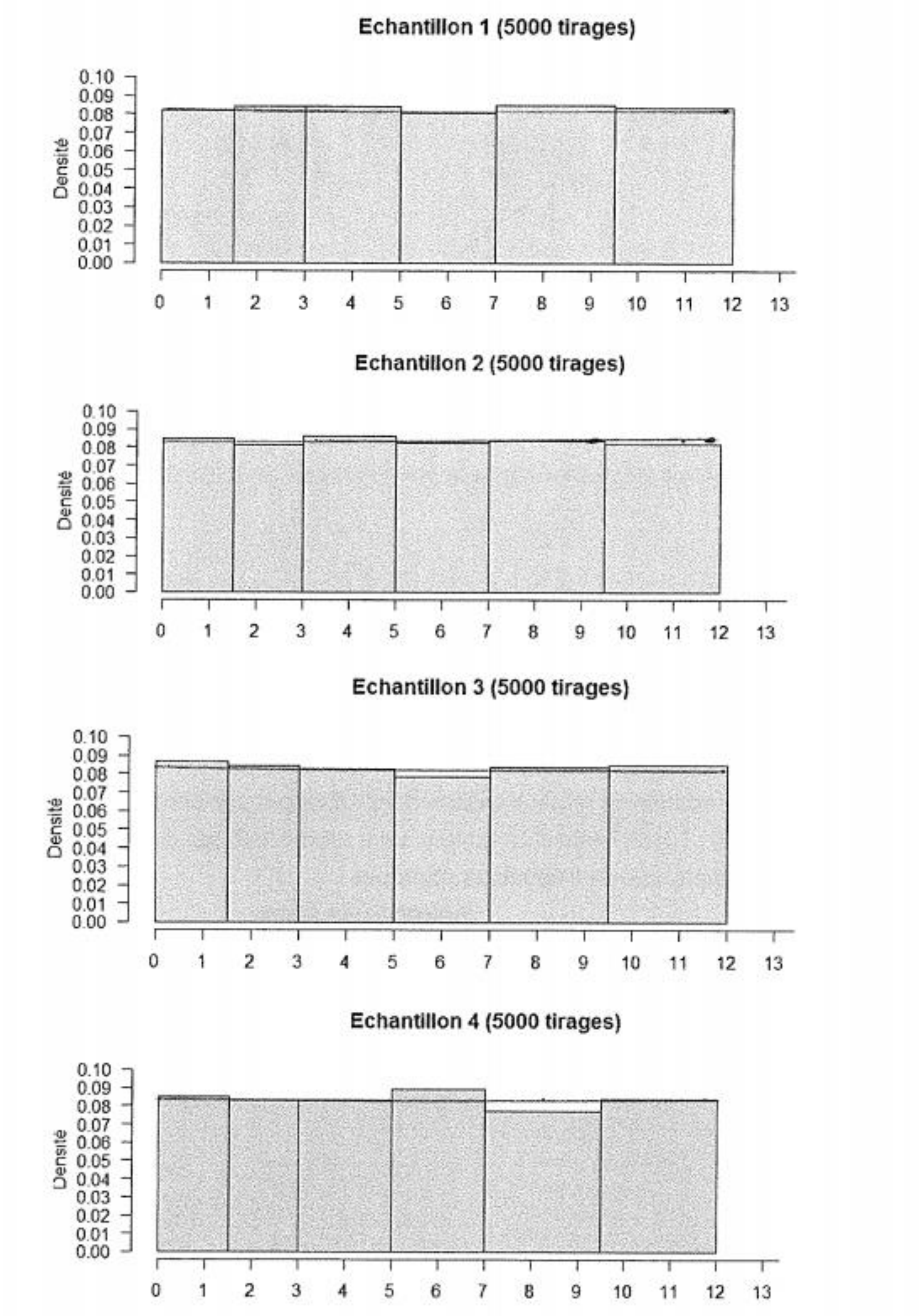


Echantillon 4 (5000 tirages)



Compte rendu

L./S. :



3. On souhaite déterminer l'équation de cette courbe. Que doit valoir l'aire sous cette courbe ? En déduire l'équation de cette courbe. Tracer sur votre copie cette courbe.

M./C./C. :

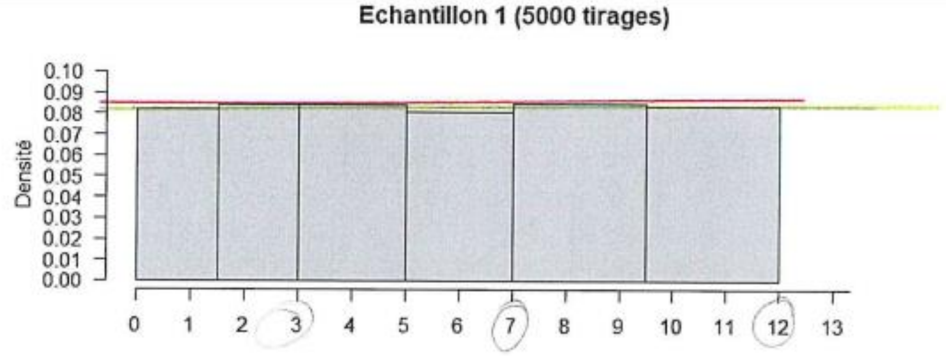
L'aire sous la courbe doit valoir 1 car c'est $\frac{100}{100}$.
on a trouvé que $12 \times \frac{1}{12} = 1$ donc l'équation de la courbe sera $y = \frac{1}{12}$. (fonction linéaire)

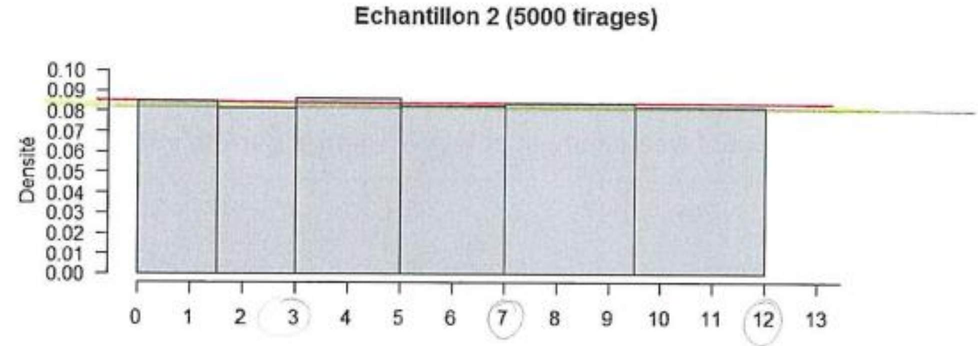
J./L./M. :

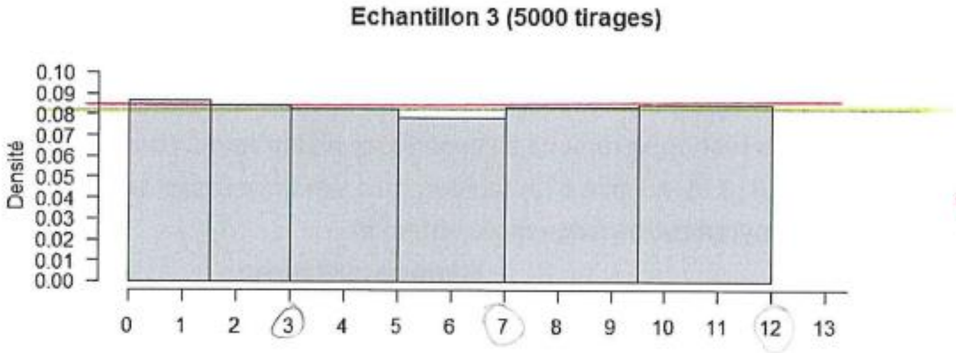
On sait que l'équation d'une courbe est de la forme $y = k$ et que la courbe modélisée est une droite, de plus, on sait que la somme des fréquences est 1. $1 = k \times 12$ donc $k = \frac{1}{12} \approx 0{,}083$

Compte rendu

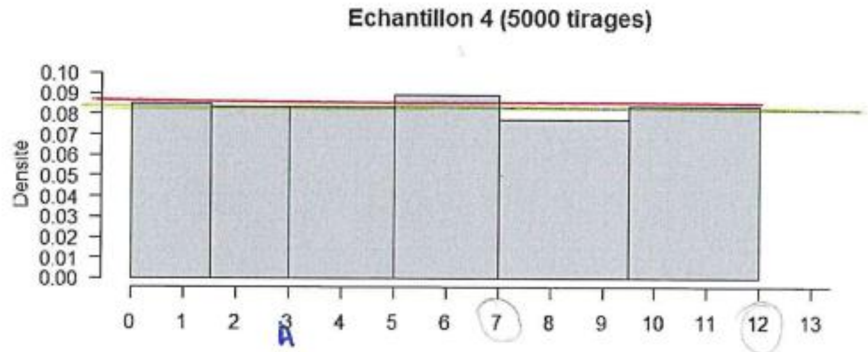
M./C./C. :







$y = \frac{1}{12}$

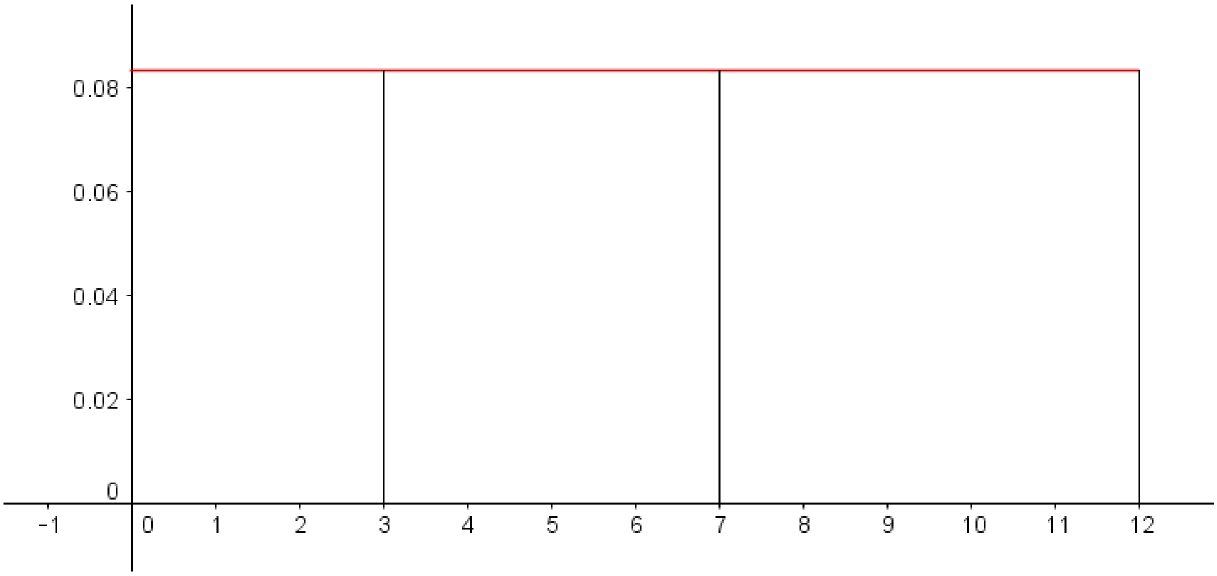


Compte rendu

4. Calculer, à l'aide de la courbe tracée sur votre copie, la probabilité p_1 que le point mobile s'arrête sur l'hypoténuse. Vous détaillerez votre méthode et ferez figurer sur le dessin tout élément utile à la réponse.

L./S. :

4- La probabilité revient à $\frac{1}{12}$ multiplié par l'amplitude qui est de 5 soit $p1 = \frac{5}{12}$.



5. Calculer, à l'aide de cette courbe tracée sur votre copie, la probabilité p_2 que le point mobile s'arrête au sommet de l'angle droit. Cette réponse est-elle en cohérence avec votre conjecture de la partie A, question

J./J. :

$f = d \times a = \frac{1}{12} \times 0 = 0 \neq p_2 \rightarrow$ notre conjecture est fausse