COMPTE-RENDU LA RENCONTRE

Karine et Olivier décident de se retrouver au café de l'Hôtel de Ville entre 7h et 8h.

Ils peuvent arriver à tout moment entre 7h et 8h.

Que peut-on dire du temps d'attente du premier arrivé ?

Prise de connaissance du problème

Réponses proposées :

« Le temps d'attente du premier arrivé sera compris entre 0 et 1 ou entre 0 et 60 si on compte en minutes. »

« Plus tard le premier arrivé arrive, moins la probabilité est forte »

Question : Quelle est la probabilité que le premier arrivé attende moins de 40 minutes

Proposition : 2/3

Question : Quelle est la probabilité que le premier arrivé attendre entre 20 et 40 minutes ?

Proposition : Il y a une amplitude de 20 minutes donc la probabilité serait de $\frac{20}{60} = \frac{1}{3}$

On pourrait faire une simulation de choix d'un nombre aléatoire soit entre 0 et 1 si on compte en heures soit entre 0 et 60 si on compte en minutes

Simulation et modélisation

1) ***Simulation :***

Le temps étant une variable continue on choisit de travailler en heure et on représente chaque temps d'arrivée par un nombre entre 0 et 1

On a construit un tableau sur géogébra avec trois colonnes : une pour le temps d'arrivée de Karine, une pour le temps d'arrivée de Olivier et une avec le temps d'attente du premier arrivée et tirage aléatoire (avec la fonction = random()) de deux nombres pour 1 simulation : explication concrète des deux valeurs données par le tableur

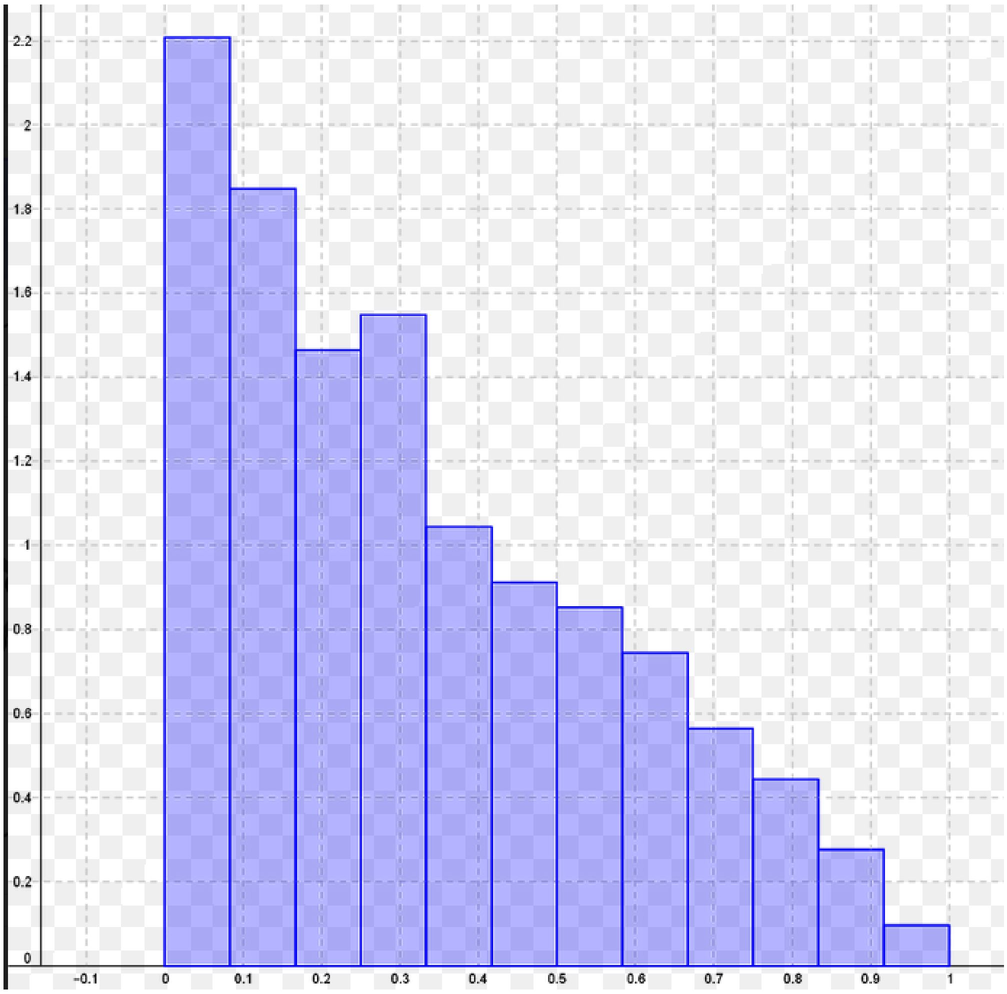
Pour calculer le temps d'attente du premier arrivé, on a utilisé = abs (A2 – B2)

Puis on a étiré les colonnes pour obtenir 100 simulations

On a ensuite « rangé » les valeurs par tranches de 15 minutes de manières à représenter le temps d'attente par un histogramme.

Cependant, on n'a pas pu_ vérifié les différentes conjectures de la séance précédente parce qu'il n'y avait pas assez de valeurs, et les amplitudes de 15 minutes ne convenait pas.

On a alors fait la simulation directement par = abs (random() – random()) puis on l'a étirée sur 10 colonnes et 100 lignes



Pour répondre à la première conjecture : « Quelle est la probabilité que le premier arrivé attende moins de 40 minutes ? » :

- La grandeur sur l'axe des ordonnées est la densité de fréquence
- Pour_ estimer la fréquence que l'on cherche, il faudrait calculer densité de fréquence * amplitude de chaque rectangle mais on a du mal à lire sur l'axe des ordonnées les densités de fréquences.

On a alors cherché une courbe de tendance

2) *Modélisation :*

Cette « courbe de tendance » est une droite d'équation $y = ax + b$

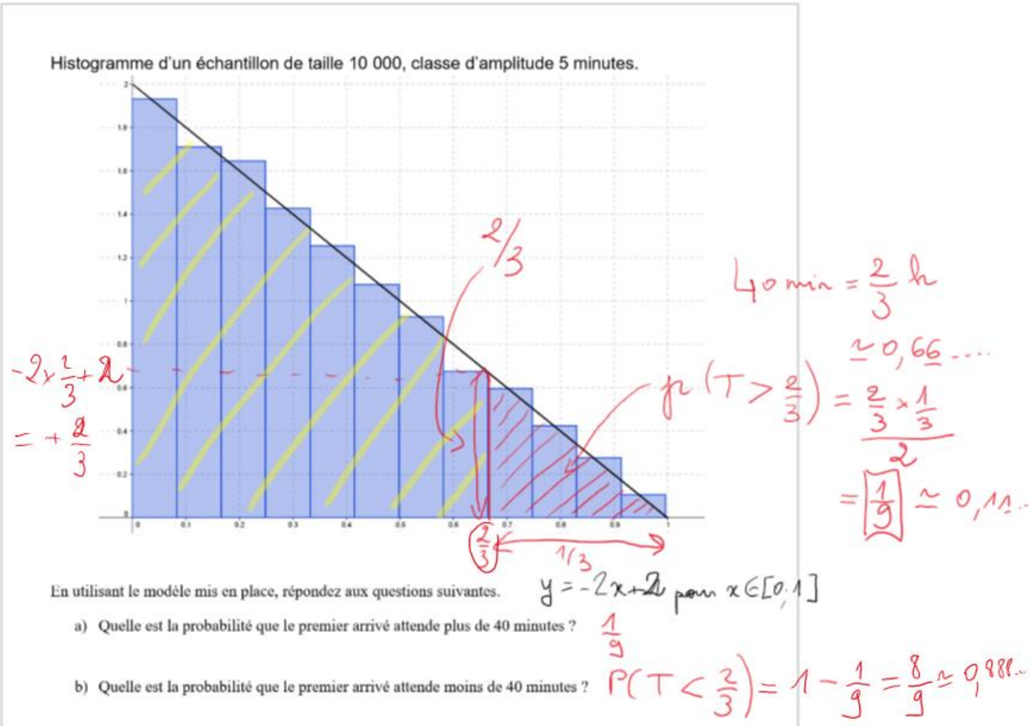
On a créé un curseur a et un curseur b et ajouté sur l'histogramme la droite d'équation y = ax + b
Voici les propositions faites :
1 réponse : $y = -2x + 2{,}075$
3 réponses : $y = -2x + 2$
2 réponses : $y = 2{,}1x + 2{,}2$

Pour choisir le « bon » modèle, on a rappelé que pour $x = 1, y = 0$ puisque le temps d'attente maximal est d'une heure et la somme des fréquences étant égal à 1, il faut que **l'aire sous la droite, sur l'intervalle [0 ;1] soit égale à 1.**

On a alors vérifié avec géogébra que la seule proposition qui vérifie l'aire sous la courbe = 1 et pour x=1, y=2 est bien y = -2x+2 : on valide le modèle

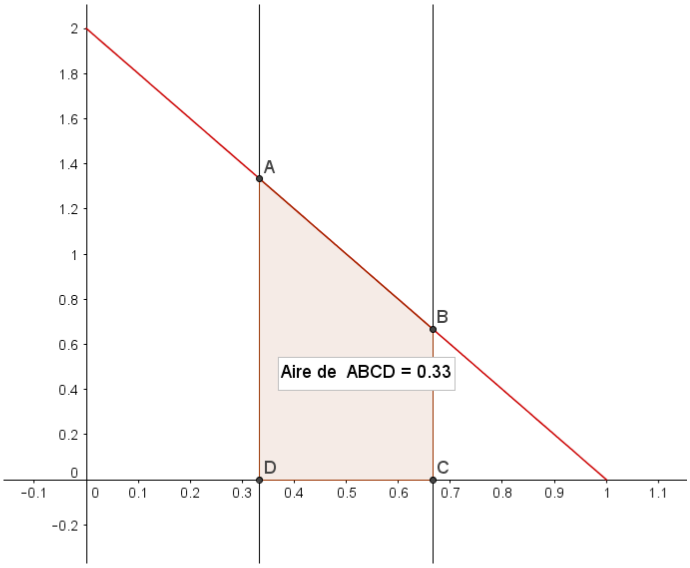
On peut alors calculer la probabilité que le temps d'attente soit supérieure à 40 min :

On place 8/12ième = 2/3 d'heure sur l'axe des x et on calcule l'aire du triangle sous la droite :



On a alors calculé l'aire exacte du triangle et on obtient $\frac{1}{9} \approx 0{,}11$

c) Pour calculer $P(\frac{1}{3} < T < \frac{2}{3})$ on a utilisé géogébra pour calculer l'aire du trapèze ABCD :
On a trouvé $P(\frac{1}{3} < T < \frac{2}{3}) \approx 0{,}33$



Pour les questions d) et e) :

d) Quelle est la probabilité que Karine et Olivier arrivent en même temps ?

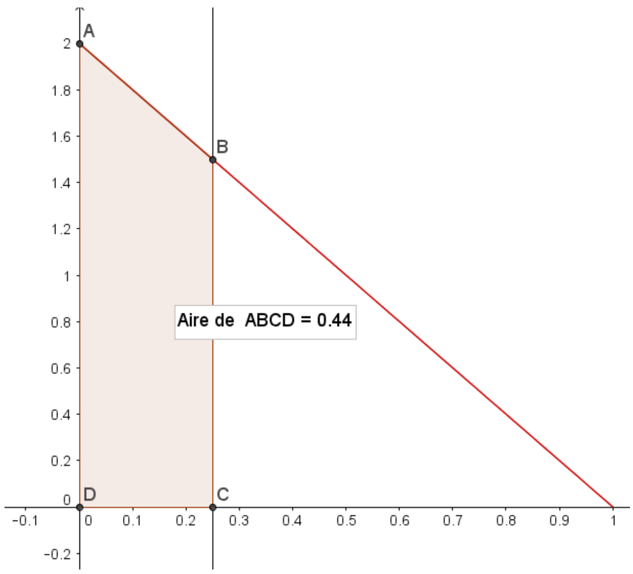
e) Quelle est la probabilité que le premier arrivé attende exactement 40 minutes ?

Les amplitudes de temps sont nulles donc ces deux probabilités sont égales à 0

Question f :

f) Finalement, ils ont décidé de ne pas attendre plus d'un quart d'heure. Quelle est la probabilité qu'ils se retrouvent ?

On a utilisé géogébra, pour calculer l'aire du trapèze correspondant à $P\left(T < \frac{1}{4}\right) \approx 0.44$



g) Le premier arrivé a attendu moins d'une demi-heure. Quelle est la probabilité pour qu'il ait attendu plus d'un quart d'heure ?

$$P_{(T<0,5)}(T>0,25) = \frac{P(0,25<T<0,5)}{P(T<0,5)} = P(T<0,25)$$

$$P_B(A) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$