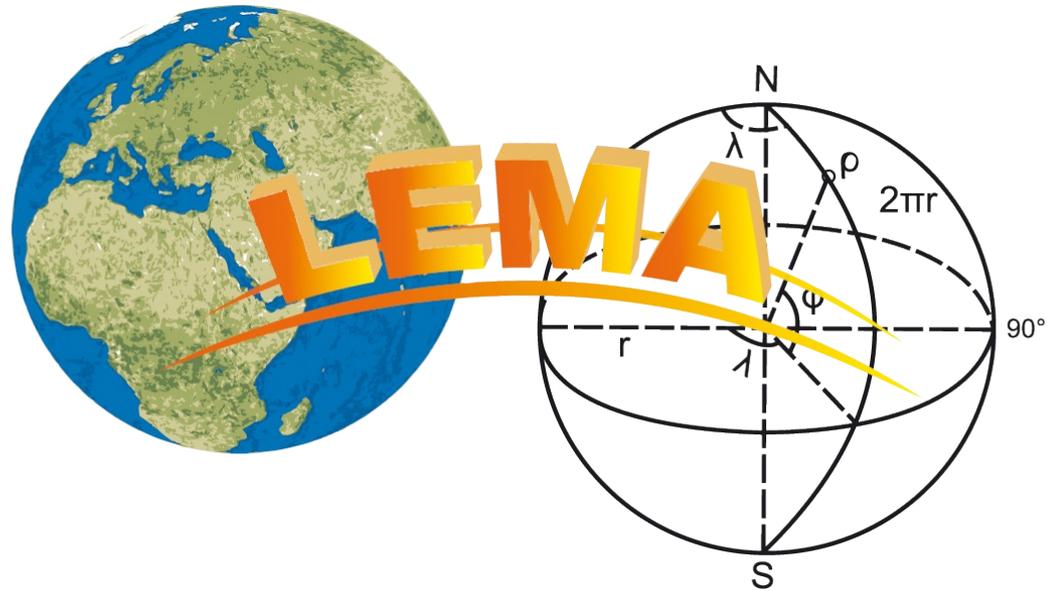
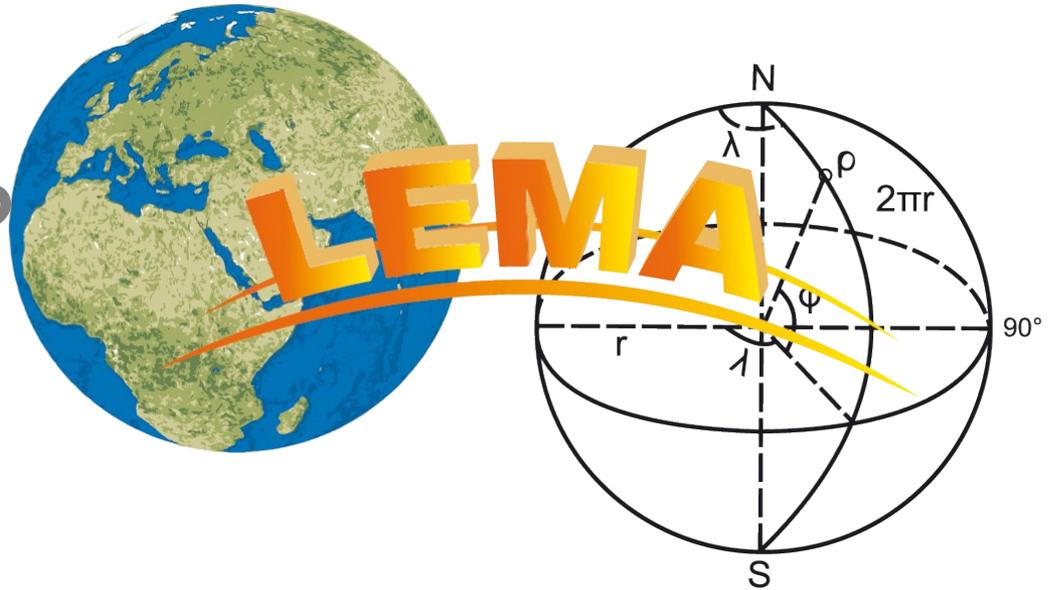


Modélisation



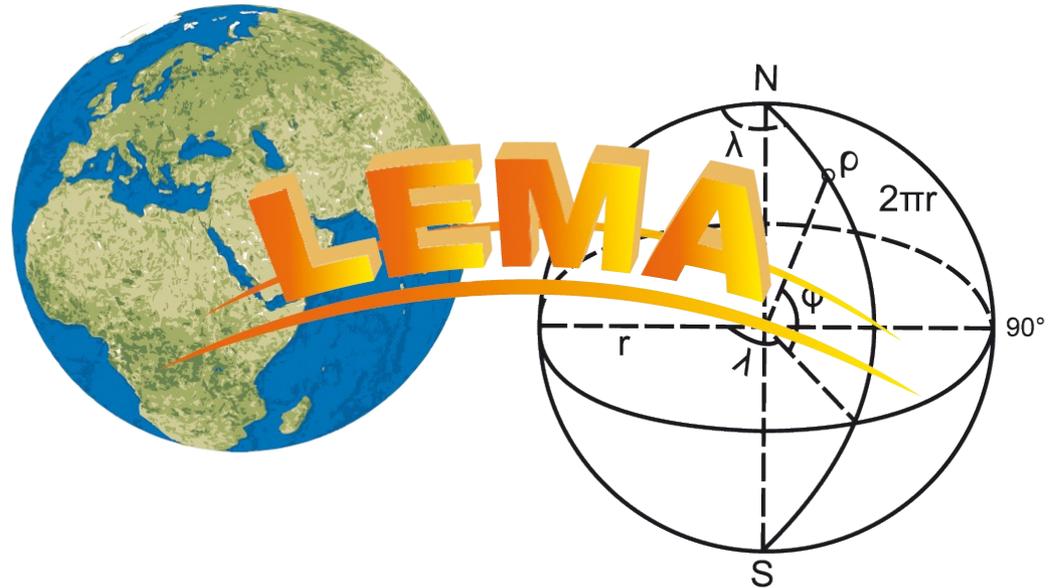
Modélisation

Qu'est ce que
la
modélisation ?



Session 1

Aperçu de la modélisation



Objectifs

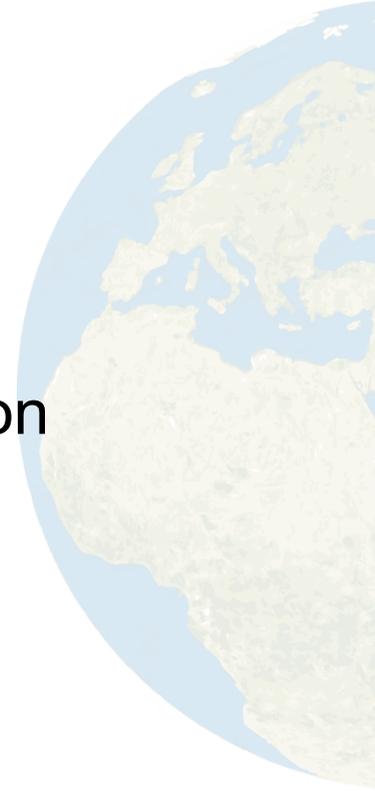
Vous devrez :

- travailler sur différentes tâches du monde réel.
- réfléchir sur les caractéristiques de ces tâches.
- penser à des critères permettant de différencier les tâches de modélisation des autres tâches du monde réel.



Résultats

- Critères d'identification des tâches de modélisation
- Vue d'ensemble du processus de modélisation



Structure de la session



Activité 1	Activité 2	Activité 3	Activité 4
Travailler sur les situations données	Réfléchir sur les caractéristiques des situations	Partager des réflexions	Critères de développement
[Petits groupes]	[Petits groupes]	[Groupe entier]	[Groupe entier]

Activité 1

Résolution de quelques tâches.



Tâche 1 : “Pétition contre une nouvelle loi”

Le parti espagnol d'opposition a récemment présenté au Congrès, le 25 avril 2006, 4 millions de signatures contre une nouvelle loi soutenue par le gouvernement.



Tous les journaux espagnols ont publié des photos des grandes caisses et des 10 camionnettes nécessaires pour transporter les feuilles de papier au Congrès. Pensez-vous qu'il y avait une intention politique derrière cette mise en scène ou bien croyez-vous que toutes ces caisses et ces camionnettes étaient vraiment nécessaires pour transporter ces 4 millions de signatures?

Tâche 2 : “Battement du cœur”

Pour des raisons de santé, il faut limiter ses efforts, comme par ex. en sport, afin que la fréquence cardiaque ne dépasse pas un certain seuil.

Longtemps, la relation entre la fréquence cardiaque maximum recommandée pour une personne et son âge était donnée par la formule suivante :

$$\text{Fréquence cardiaque maximum recommandée} = 220 - \text{âge}$$

Des études récentes ont montré qu'il fallait légèrement modifier cette formule. On obtient ainsi la nouvelle formule :

$$\text{Fréquence cardiaque maximum recommandée} = 208 - (0,7 \times \text{âge})$$

Un article de journal déclarait : *“En utilisant la nouvelle formule à la place de l'ancienne, on voit que le nombre maximum recommandé de battements du cœur par minute diminue légèrement pour les personnes jeunes alors qu'il augmente un peu pour les personnes âgées.”*

À partir de quel âge voit-on une augmentation de la fréquence cardiaque maximum recommandée selon la nouvelle formule ? Présentez votre travail.

Extrait de : www.pisa.oecd.org/dataoecd/46/14/33694881.pdf

Tâche 3 : Festival de musique

Le **Festival des arts du spectacle de Glastonbury** est le plus grand festival de musique et d'arts du spectacle au monde en pleine nature. En 2005, le festival recouvrait une zone clôturée de plus de 3,6 km² et comptait plus de 385 spectacles en direct. Beaucoup de festivaliers viennent avec leurs propres tentes pour dormir à l'intérieur de la zone du festival.



Les organisateurs doivent limiter le nombre de billets et le nombre de tentes autorisées pour garantir la sécurité. Quel conseil pourriez-vous donner ?

Photo : remerciements à Logan 1138, publié sur Wikimedia Commons

Tâche 4 : Gaz naturel

En 1993, les réserves mondiales de gaz naturel étaient estimées à 141,8 milliards de mètres cubes. Depuis cette date, on a utilisé chaque année en moyenne 2,5 milliards de mètres cubes. Calculez à quelle date les réserves de gaz naturel seront épuisées. Utilisez différentes hypothèses et modèles. Expliquez toutes vos étapes.



*Photo : Remerciements à Stan Shebs, publié sur Wikimedia Commons
Tâche : © 2007 Cornelsen Verlag Scriptor · Mathematisches Modellieren*

Tâche 5 : Œufs de Pâques

Danielle a trouvé 23 œufs. Elle a un large sourire car elle a trouvé neuf œufs de plus que Chris. Jennie sourit encore plus. Elle a trouvé exactement autant d'œufs que Chris et Danielle réunis. Comment d'œufs a trouvé Jennie ?



Tâche 6 : Les voisins

À votre avis, combien de gens habitent dans cet immeuble ?



Étiquettes des sonnettes dans le hall d'entrée :



Photo : © Cornelsen Verlag Scriptor · Mathematikunterricht weiterentwickeln

Activité 2

Comparez vos solutions en groupes :

- Quelles sont les différences ?
- Quelles sont les similarités ?

🎯 Notez vos idées sur les graphiques donnés
(utilisez un graphique différent pour chaque tâche)



Lignes directrices de réflexion

Contexte de
la tâche

Solutions
prévues

Connaissances
mathématiques
à utiliser

Principales
caractéristiques
de l'activité
du résolveur

Activité 3 : Discussion

Quelles similarités/différences pouvez-vous établir entre ces tâches ?

Contexte

Connaissances
mathématiques

Solutions
prévues

Activité du
résolveur

Quelques conclusions

- ▶ Concernant le contexte de la tâche
- ▶ Concernant les connaissances mathématiques à utiliser
- ▶ Concernant les solutions prévues
- ▶ Concernant l'activité du résolveur



Activité 4 : Critères de développement

Quelles sont les caractéristiques que doit avoir une tâche pour être considérée une tâche de modélisation ?

En relation avec :

Le contexte ?

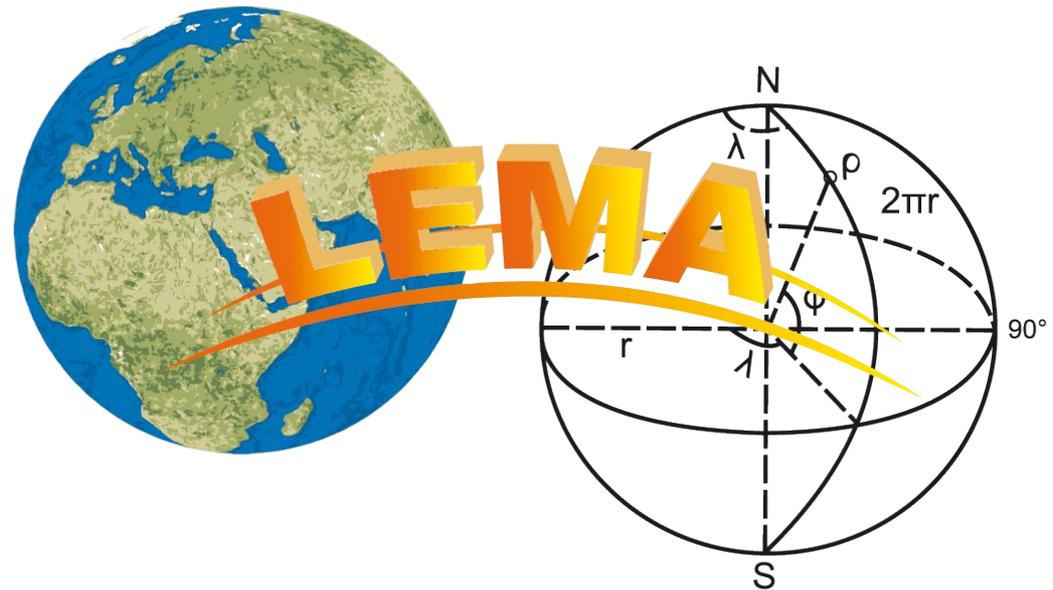
Les
connaissances
mathématiques
?

Les solutions
prévues ?

L'activité du
résolveur ?

Session 2

Description du processus de modélisation



Objectifs

Vous devrez :

- réfléchir sur les processus de résolution des problèmes que vous avez utilisés dans la session 1.
- résumer ces processus dans un schéma commun.
- imaginer ensemble un schéma pouvant être utilisé pour décrire le processus de modélisation
- apprendre davantage à connaître le processus de modélisation



Résultats

- Description du processus de modélisation



Structure de la session

Activité 1

Réflexion sur
vos processus
de résolution
des problèmes

[Petits groupes]

Activité 2

Partager nos
réflexions

[Groupe entier]



Activité 1

Travail en groupes :

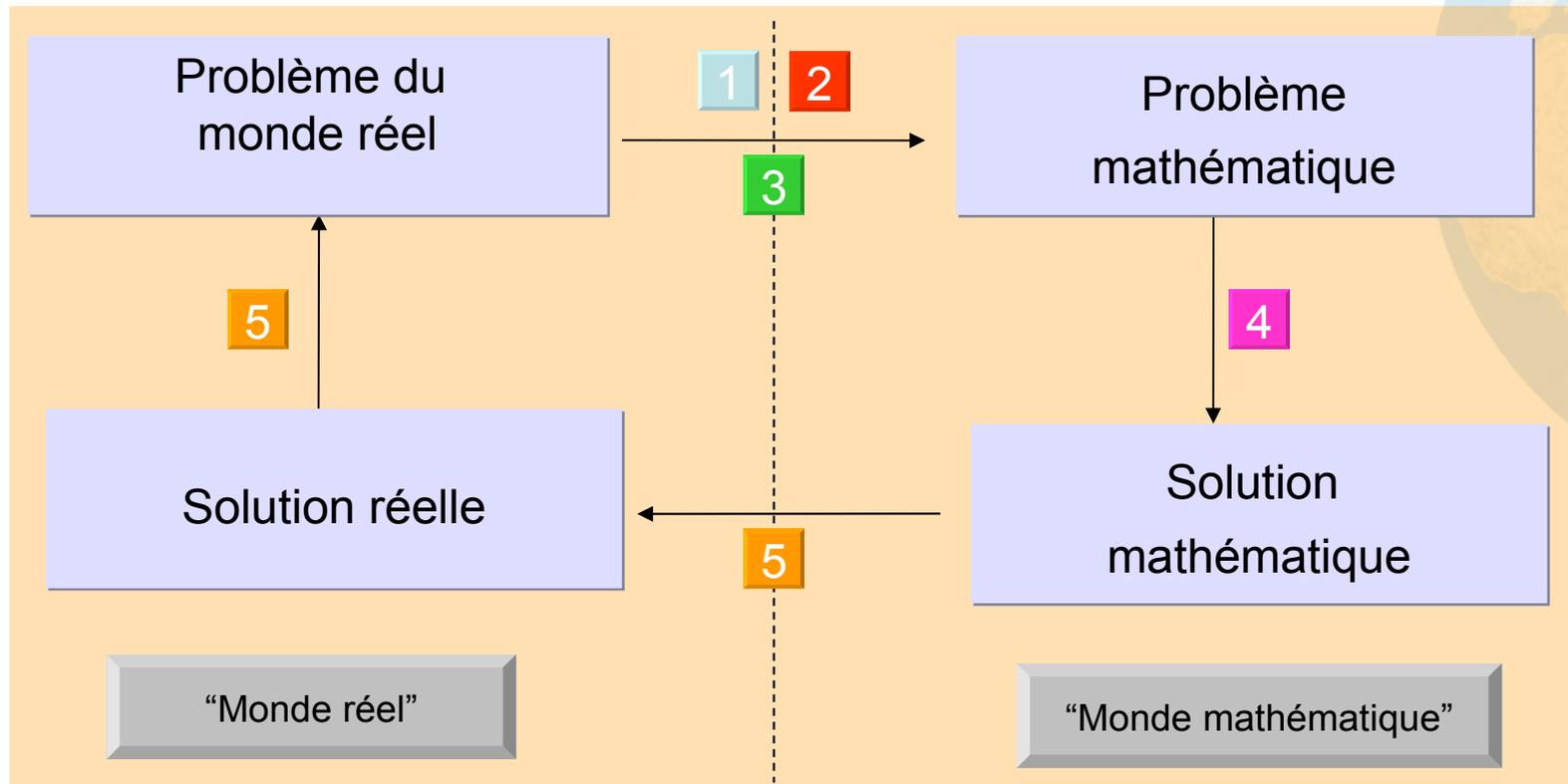
- Examinez les tâches résolues jusqu'ici
- Comment avez-vous procédé pour trouver une solution ? Réfléchissez sur vos processus de résolution des problèmes à un niveau général
- Dessinez un diagramme synthétisant ces processus

[[Tâche 1](#) – [Tâche 2](#) – [Tâche 3](#) – [Tâche 4](#) – [Tâche 5](#) – [Tâche 6](#)]



Introduction d'une description du processus de modélisation

✓ Le cycle de modélisation (extrait de l'étude PISA, 2003)



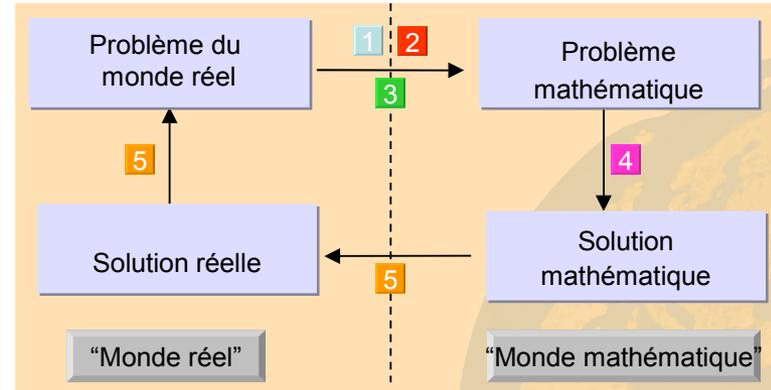
Activité 2 : Partager des réflexions

Examinez les différents diagrammes

Quelles similarités/différences pouvez-vous établir entre eux ?



✓ Le cycle de modélisation (extrait de l'étude PISA, 2003)



1 Démarrer avec un problème situé dans la réalité

2 L'organiser selon des concepts mathématiques et identifier les connaissances mathématiques concernées

3 Décomposer graduellement la réalité par des processus comme la formulation d'hypothèses, la généralisation et la formalisation qui mettent en avant les caractéristiques mathématiques de la situation et transforme le problème du monde réel en un problème mathématique qui représente fidèlement la situation.

4 Résoudre le problème mathématique

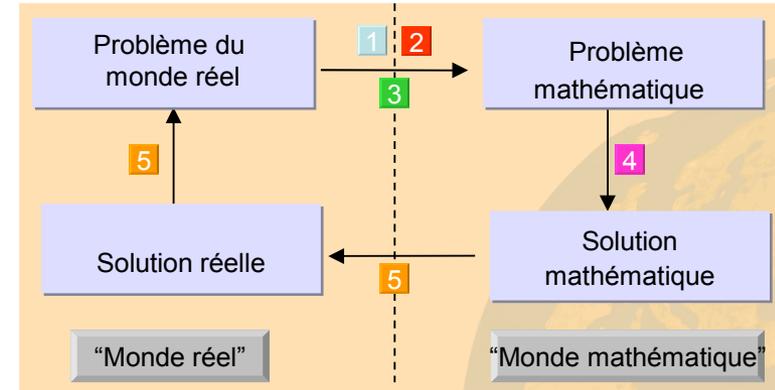
5 Examiner le sens de la solution mathématique en terme de situation réelle

Description étendue...

Exemples...

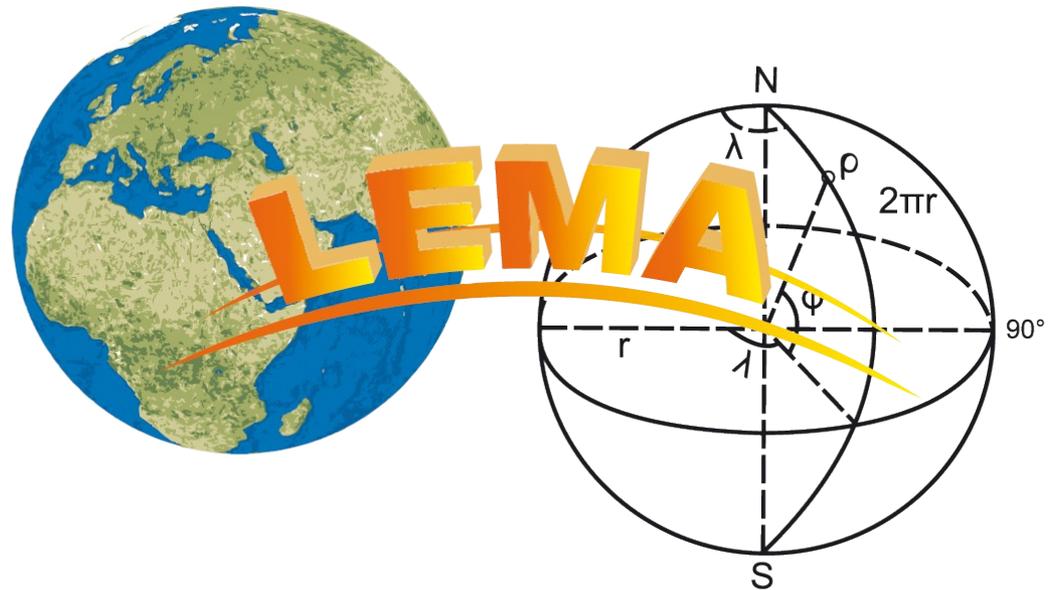
✓ Remarques importantes

- Le cycle de modélisation n'est pas un algorithme
- À plusieurs occasions, il est nécessaire d'avancer à l'étape suivante et de revenir à une étape précédente
- Il se peut que vous ayez à faire le cycle plusieurs fois avant d'arriver à une solution
- Plusieurs solutions sont possibles
- Très souvent, la solution dépend de la personne qui travaille sur les tâches



Diapositives supplémentaires

Session 1 : Aperçu de la modélisation



Concernant le contexte de la tâche

	Réel et authentique ?	Intéressant pour les élèves ?	Pertinent pour les élèves
Tâche 1	Oui	Pourrait l'être	Oui
Tâche 2	Pas certain	Pourrait l'être	Pourrait l'être
Tâche 3	Oui	Pourrait l'être	Pourrait l'être
Tâche 4	Oui	Pourrait l'être	Oui
Tâche 5	Non	Probablement pas	Certainement pas
Tâche 6	Oui	Pourrait l'être	Pourrait l'être

[Retour aux conclusions](#)

Concernant les connaissances mathématiques à utiliser

	Unique et totalement déterminée par avance ?	Favorise l'utilisation de différents éléments de connaissances mathématiques ?
Tâche 1	Non	Évaluation, calculs arithmétiques, mesures, géométrie
Tâche 2	Oui	Fonctions linéaires
Tâche 3	Non	Évaluation, calculs arithmétiques, mesures, géométrie
Tâche 4	Non	Évaluation, calculs arithmétiques, mesures, algèbre, fonctions
Tâche 5	Oui	Arithmétique
Tâche 6	Non	Évaluation, calculs arithmétiques

[Retour aux conclusions](#)

Concernant les solutions prévues

	Une ou plusieurs ?	Nature de la solution prévue ?	Relation entre la solution et le contexte initial ?
Tâche 1	Plusieurs	Un nombre, un intervalle, un énoncé	Pertinente
Tâche 2	Une seule	Un nombre	Pertinente
Tâche 3	Plusieurs	Mesures, intervalles	Pertinente
Tâche 4	Plusieurs	Nombres, intervalles, énoncés, fonctions, structures	Pertinente
Tâche 5	Une seule	Un nombre	Pas du tout pertinente
Tâche 6	Plusieurs	Nombres, intervalles	Pertinente

[Retour aux conclusions](#)

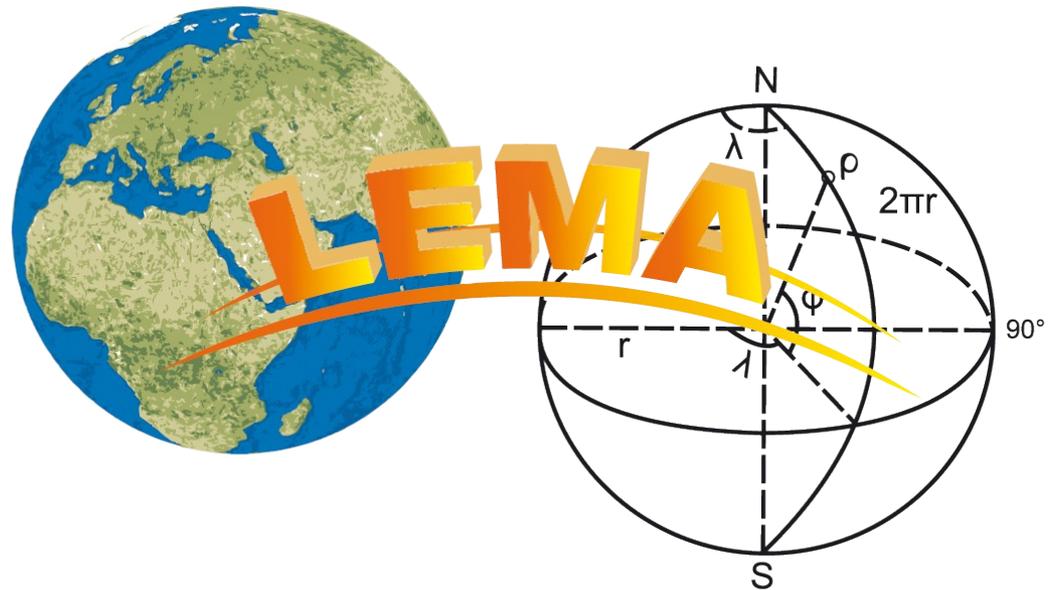
Concernant l'activité du résolveur

	Exécuter une procédure "optimale et unique" ?	Explorer, faire des hypothèses, examiner différentes manières de travailler, interpréter et valider ses solutions, ... ?
Tâche 1	Non	Oui
Tâche 2	Oui	Non
Tâche 3	Non	Oui
Tâche 4	Non	Oui
Tâche 5	Oui	Non
Tâche 6	Non	Oui

[Retour aux conclusions](#)

Diapositives supplémentaires

Session 2 : Description du processus de modélisation



Le cycle de modélisation (PISA, 2003)

Du “problème du monde réel” au “problème mathématique” (1, 2, 3)

(Mathématisation horizontale, De Lange, 1987)

- **identifier** les mathématiques pertinentes dans un problème de la réalité ;
- **représenter** le problème d'une manière différente et entre autre en l'organisant selon des concepts mathématiques et en posant les hypothèses appropriées ;
- **comprendre** les relations entre le langage du problème et le langage symbolique et formel nécessaire à sa compréhension mathématique ;
- **découvrir** des régularités, des relations et des structures ;
- **reconnaître** des aspects qui sont isomorphes avec des problèmes connus ;
- **traduire** le problème en langage mathématique, c.-à-d. en un modèle mathématique

Processus de modélisation (mathématisation) – Structure PISA 2003 – p. 39

Le cycle de modélisation (PISA, 2003)

Travail dans le “monde mathématique” (4)

(Mathématisation verticale, De Lange, 1987)

- **utiliser** différentes représentations et **passer** de l'une à l'autre ;
- **utiliser** un langage et des opérations symboliques, formels et techniques ;
- **affiner** et ajuster des modèles mathématiques ;
- **combiner** et **interpréter** des modèles ;
- **argumenter**;
- **généraliser**.

Processus de modélisation (mathématisation) – Structure PISA 2003 – p. 39

Le cycle de modélisation (PISA, 2003)

Retour à la situation du monde réel (5)

(interprétation et validation de la solution et du modèle)

- **comprendre** l'étendue et les limites des concepts mathématiques ;
- **réfléchir** sur des arguments mathématiques et **expliquer** et **justifier** des résultats ;
- **communiquer** le processus et la solution ;
- **critiquer** le modèle et ses limites.

Processus de modélisation (mathématisation) – Structure PISA 2003 – p. 39

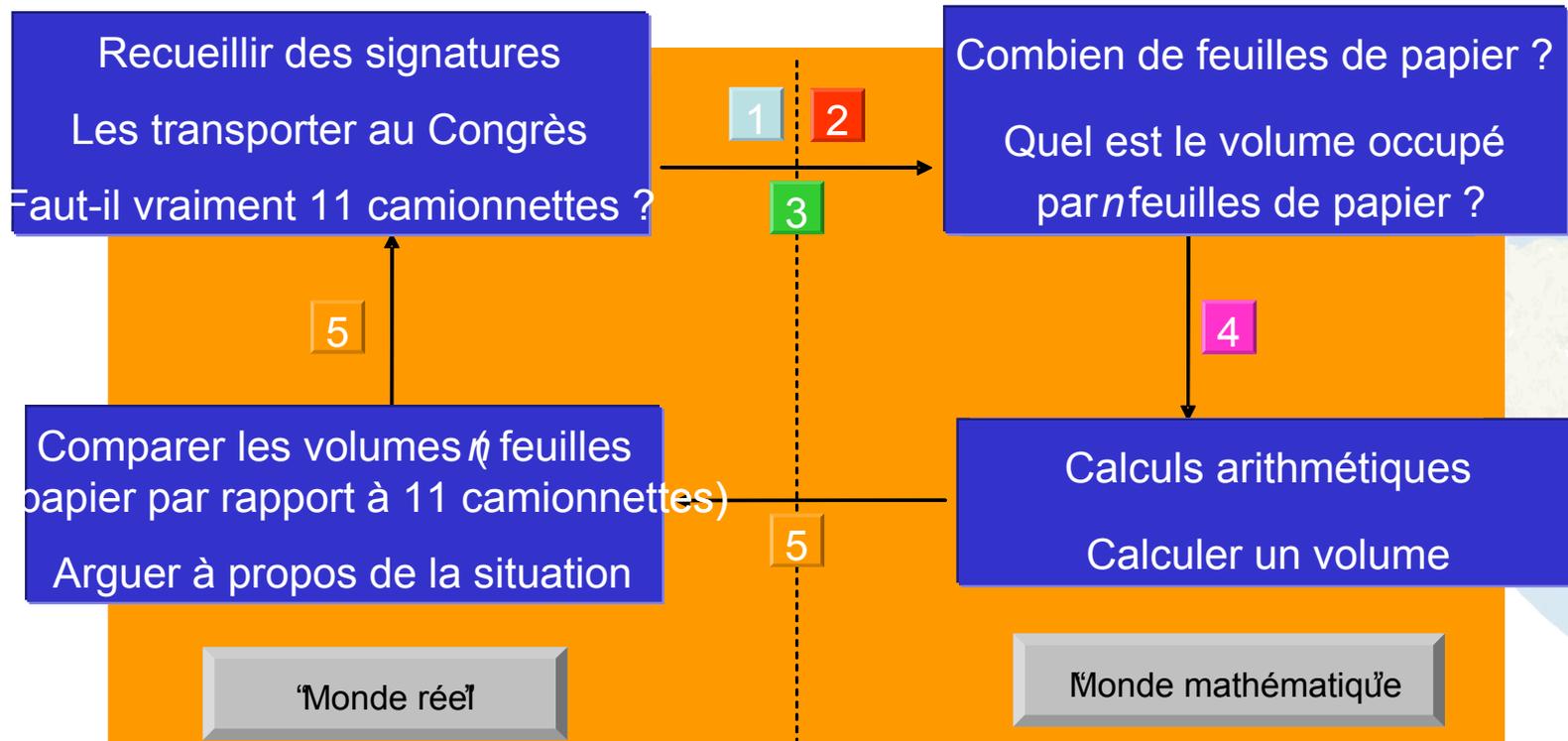
[Retour à la présentation](#)

Exemples

- ❑ Tâche 1 : Pétition contre une loi
- ❑ Tâche 2 : Battement du cœur



Exemple 1 : Pétition "Contre"

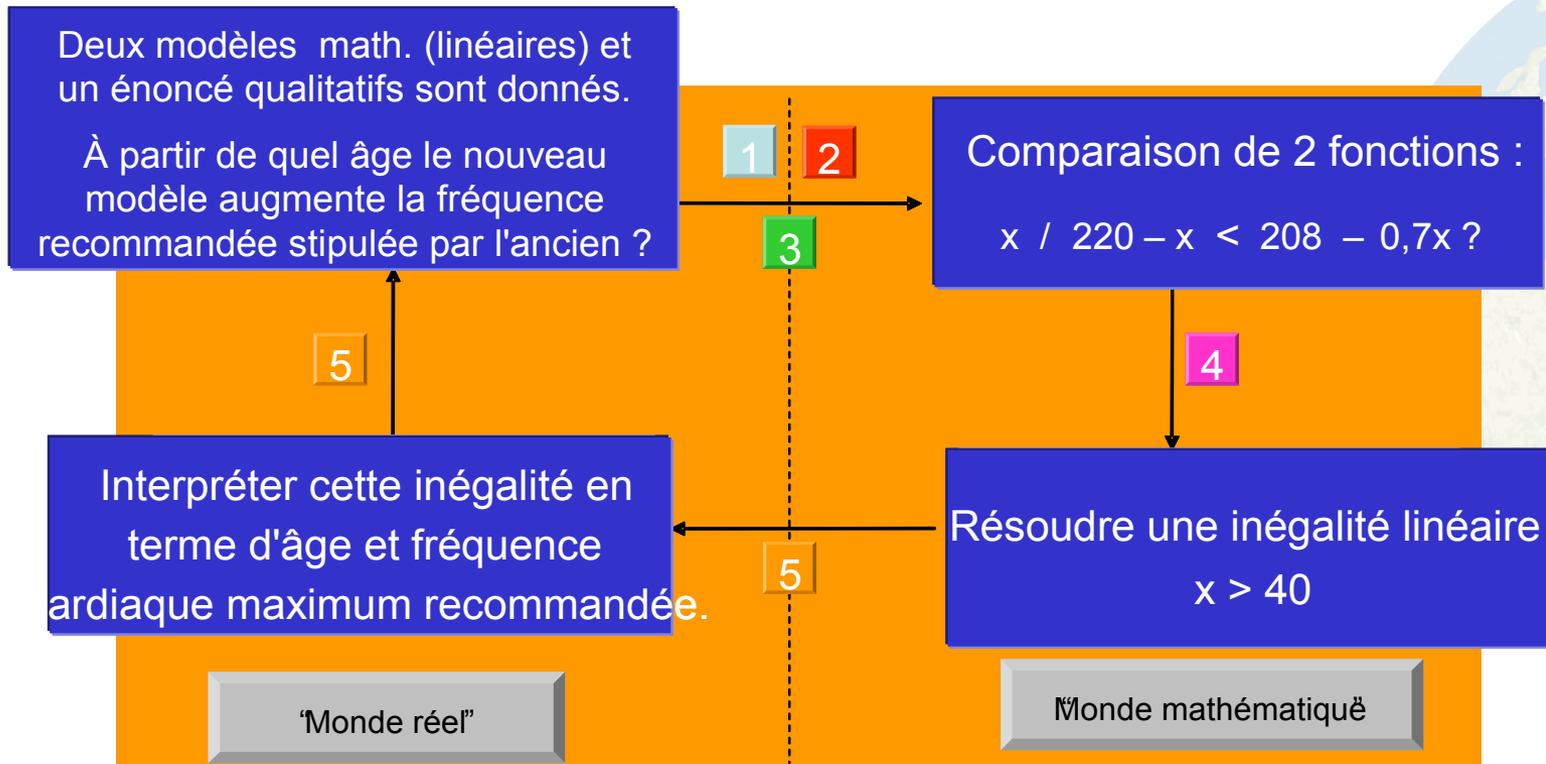


Tâches 1 → Tâche de modélisation (considérer l'ensemble du cycle et des étapes)

[Texte de la tâche](#)

[Retour à la présentation](#)

Exemple 2 : Battement du cœur



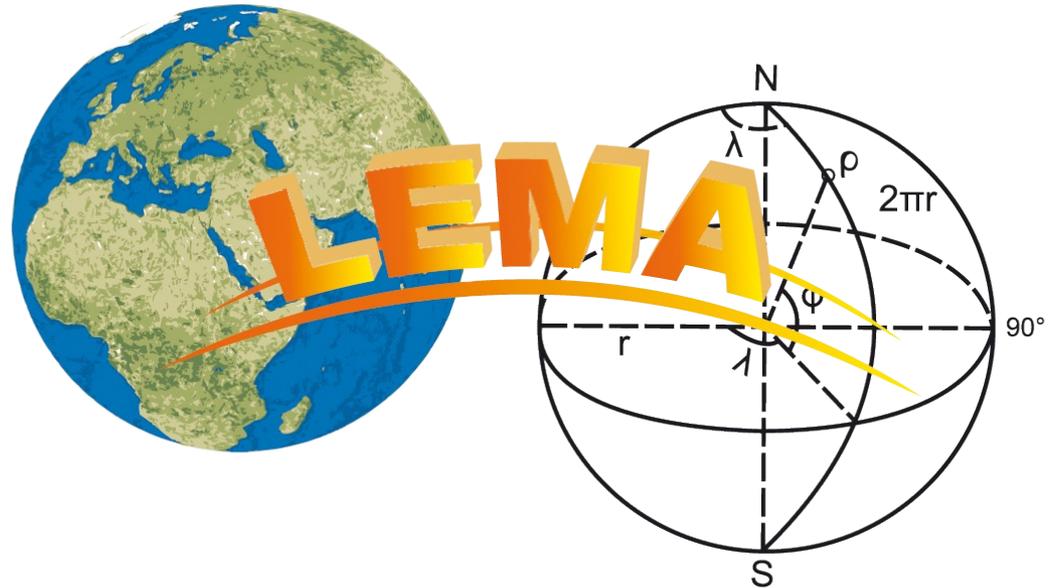
Tâches 2 → tâche d'application (les étapes 2 et 3 ne doivent pas être considérées : le modèle mathématique est fourni)

[Texte de la tâche](#)

[Retour à la présentation](#)

Diapositives supplémentaires

Tâches



Tâche 1 : “Pétition contre une nouvelle loi”

Le parti espagnol d'opposition a récemment présenté au Congrès, le 25 avril 2006, 4 millions de signatures contre une nouvelle loi soutenue par le gouvernement.



Tous les journaux espagnols ont publié des photos des grandes caisses et des 10 camionnettes nécessaires pour transporter les feuilles de papier au Congrès. Pensez-vous qu'il y avait une intention politique derrière cette mise en scène ou bien croyez-vous que toutes ces caisses et ces camionnettes étaient vraiment nécessaires pour transporter ces 4 millions de signatures?

Tâche 2 : “Battement du cœur”

Pour des raisons de santé, il faut limiter ses efforts, comme par ex. en sport, afin que la fréquence cardiaque ne dépasse pas un certain seuil.

Longtemps, la relation entre la fréquence cardiaque maximum recommandée pour une personne et son âge était donnée par la formule suivante :

$$\text{Fréquence cardiaque maximum recommandée} = 220 - \text{âge}$$

Des études récentes ont montré qu'il fallait légèrement modifier cette formule. On obtient ainsi la nouvelle formule :

$$\text{Fréquence cardiaque maximum recommandée} = 208 - (0,7 \times \text{âge})$$

Un article de journal déclarait : *“En utilisant la nouvelle formule à la place de l'ancienne, on voit que le nombre maximum recommandé de battements du cœur par minute diminue légèrement pour les personnes jeunes alors qu'il augmente un peu pour les personnes âgées.”*

À partir de quel âge voit-on une augmentation de la fréquence cardiaque maximum recommandée selon la nouvelle formule ? Présentez votre travail.

Extrait de : www.pisa.oecd.org/dataoecd/46/14/33694881.pdf

Tâche 3 : Festival de musique

Le **Festival des arts du spectacle de Glastonbury** est le plus grand festival de musique et d'arts du spectacle au monde en pleine nature. En 2005, le festival recouvrait une zone clôturée de plus de 3,6 km² et comptait plus de 385 spectacles en direct. Beaucoup de festivaliers viennent avec leurs propres tentes pour dormir à l'intérieur de la zone du festival.



Les organisateurs doivent limiter le nombre de billets et le nombre de tentes autorisées pour garantir la sécurité. Quel conseil pourriez-vous donner ?

Photo : remerciements à Logan 1138, publié sur Wikimedia Commons

Tâche 4 : Gaz naturel

En 1993, les réserves mondiales de gaz naturel étaient estimées à 141,8 milliards de mètres cubes. Depuis cette date, on a utilisé chaque année en moyenne 2,5 milliards de mètres cubes. Calculez à quelle date les réserves de gaz naturel seront épuisées. Utilisez différentes hypothèses et modèles. Expliquez toutes vos étapes.



Photo : Remerciements à Stan Shebs, publié sur Wikimedia Commons
Tâche : © 2007 Cornelsen Verlag Scriptor · Mathematisches Modellieren

Tâche 6 : Les voisins

À votre avis, combien de gens habitent dans cet immeuble ?



Étiquettes des sonnettes dans le hall d'entrée :



Photo : © Cornelsen Verlag Scriptor · Mathematikunterricht weiterentwickeln